Politechnika Opolska
Wydział Mechaniczny
Katedra Mechaniki i Podstaw
Konstrukcji Maszyn

POLITECHNIKA
OPOLSKA

WERYFIKACJA NIEZAWODNOŚCIOWEGO MODELU EFEKTU SKALI NA PRZYKŁADZIE ZGINANIA OBROTOWEGO

STRESZCZENIE ROZPRAWY DOKTORSKIEJ

Autor: mgr inż. Dżulian Agrest

Promotor: prof. dr hab. inż. Adam Niesłony

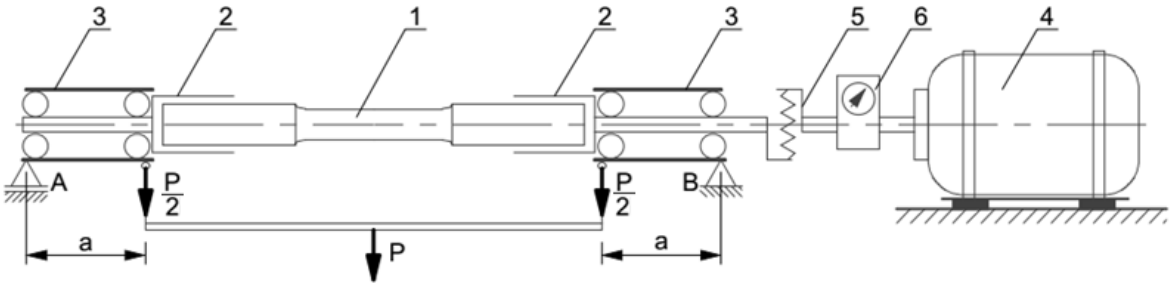
Opole 06.11.2023

1. Wstęp

Zagadnienie efektu skali (ang. size effect) występuje w wielu dziedzinach nauk, między innymi w biologii, budownictwie, ekonomii, mechanice i innych. W ogólnym ujęciu efekt skali można zdefiniować jako mierzalny wpływ parametru wielkości analizowanego obiektu na zmianę jego właściwości. Dla przykładu można podać przypadek zaobserwowany w Wielkiej Brytanii w listopadzie 2009 kiedy to rekordowo obfite opady deszczu, nie notowane od 200 lat, wywołały powódź. Podczas tej powodzi wzmożony napór wody na most Calva w Workington w Cumbrii poskutkował jego zawaleniem [1]. Obserwacje zjawiska wpływu rozmiaru obiektu na jego trwałość są odnotowywane od lat, na przykład w pracach Leonardo da Vinci porównywał wytrzymałość dwóch sznurów wykonanych z tego samego materiału o jednakowej grubości, ale o różnych długościach [2]. Wpływ rozmiaru obiektów na jego trwałość również został przedstawiony w pracach z XVII wieku, przez Galileo [3] czy Mariotte, który zaproponował regułę „nierówność materii, w której całkowita wytrzymałość jest mniejsza w jednym miejscu niż w pozostałych" [4]. Innymi słowy, im większa objętość materiału, tym większe prawdopodobieństwo wystąpienia w niej elementu o niższej wytrzymałości, co jest główną ideą teorii efektu skali. Po dziś dzień zagadnienie wpływu efektu skali na wytrzymałość czy też trwałość elementów konstrukcji inżynierskich jest przedmiotem badań prac naukowców na całym świecie. Pomimo wielu prób ujęcia wpływu efektu skali w modelowaniu niezawodności, w dalszym ciągu pozostaje obszary do badań. W pracy została przedstawiona ocena możliwości modelowania wpływu efektu skali na trwałość zmęczeniową, z zastosowaniem probabilistycznych metod wynikających z teorii niezawodności dla przypadku badań próbek podczas zginania obrotowego.

2. Przegląd literatury

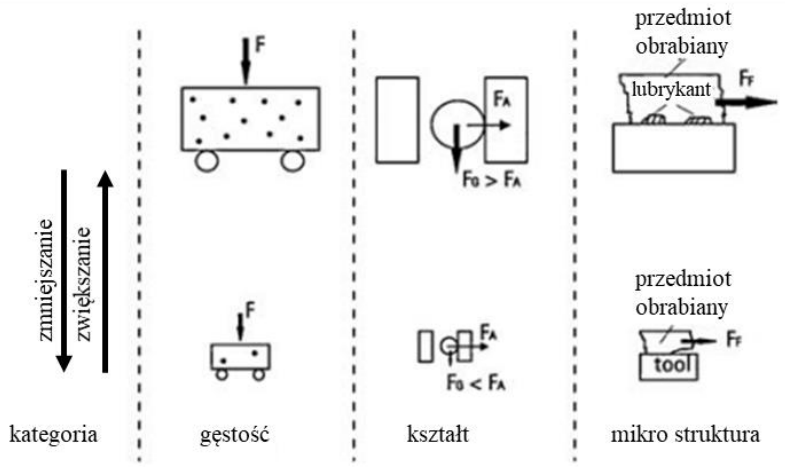
W pierwszej części przeglądu literatury ujęte zostały podstawowe informacje na temat zagadnienia wytrzymałości materiałów oraz powstawania pęknięć zmęczeniowych. Następnie zostały przedstawione podstawowe informacje na temat badania próbą zginania obrotowego. Opis uproszczonego schematu stanowiska stosowanego w badaniach obciążeniem zginania obrotowego został przedstawiony na rysunku Rysunek 1.



Rysunek 1: Uproszczony schemat stanowiska do badań giętno obrotowych: 1) próbka, 2) uchwyt samocentrujący, 3) tuleje obrotowe z łożyskami, 4) napęd; 5) sprzęgło, 6) licznik obrotów [7].

Podczas badania wytrzymałości materiału na zginanie obrotowe, próbka o przekroju okrągłym obraca się wokół własnej osi. Następnie próbka zostaje obciążona momentem gnącym poprzez wprowadzenia czteropunktowego zginania. Zgodnie z przedstawionym na rysunku 1 schematem maszyny do badań zginaniem obrotowych, próbka zostaje obciążona jedynie momentem gnącym $M_g = \frac{Pa}{2}$. Następnie próbka zostaje wprowadzona w ruch obrotowych z jednocześnie przyłożonym stałym obciążeniem wywołującym moment gnący w próbce. Powoduje to zmienne naprężenie na powierzchni próbki, oscylujące pomiędzy wartością minimalną a maksymalną. Każdy punkt na powierzchni próbki jest obciążany maksymalną i minimalna wartością naprężenia, raz na każdy pełny obrót.

W kolejnym etapie przeglądu literatury zaprezentowano wybrane publikacje na temat efektu najsłabszego ogniwa, które jest powiązane bezpośrednio z efektem skali oraz prognozowaniem niezawodności obiektów. Prognozowanie niezawodności obiektów zostało opisane w dalszej części rozdziału. Następnie przedstawione zostały przykładowe prace badawcze w tematyce zjawiska efektu skali. W tym również zaproponowany przez F. Vollertsen, D. Biermann, H.N. Hansen, I.S. Jawahir, K. Kuzman [5] na rysunku 2 podział efektu skali na trzy kategorie. Przedstawiono również wybrane prace badawcze, w których podjęty został temat badania trwałości zmęczeniowej metodami eksperymentalnymi oraz statystycznymi, w raz z porównaniem obydwu metod.



Rysunek 2: Kategorie efektu skali [5].

3. Cel i zakres pracy

3.1. Cel i zakres

Tytułowa praca ma na celu weryfikację możliwości zastosowania modelu efektu skali wynikającego z teorii niezawodności w obszarze badań zmęczeniowych materiału przy zginaniu obrotowym. W zakresie pracy jest:

- weryfikacja modelu efektu skali na podstawie analizy wyników trwałości odpowiednio przygotowanych próbek laboratoryjnych, poddanych zginaniu obrotowemu,
- badanie wytrzymałości próbek o kształcie cylindrycznym wykonane ze stali C45 przy użyciu maszyny typu UB-M,
- badanie wytrzymałości dwóch grup próbek, w tym jednej grupy próbek o wydłużonym odcinku pomiarowym w stosunku 1/3,
- wyznaczenie rozkładów wytrzymałości zmęczeniowej,
- estymowane funkcje gęstości prawdopodobieństwa uszkodzenia *f(t)* oraz funkcji niezawodności *R(t)*,
- przygotowanie skryptu w programie MATLAB do generowania rozkładów funkcji gęstości prawdopodobieństwa z uwzględnieniem efektu skali,
- porównane z generowanych funkcjami niezawodności oraz funkcjami gęstości prawdopodobieństwa z uzyskanymi w przebiegu badań eksperymentalnych.

3.2. Hipotezy pracy

Niezawodnościowy model efektu skali może zostać zastosowany do przeliczenia i symulacji rozkładów wytrzymałości zmęczeniowej dla skalowanych długości próbek w testach zmęczeniowych przy obciążeniu zginaniem obrotowym, zgodnie z hipotezą 1H.

Funkcje niezawodności *R(t)* obiektów skalowanych uzyskane w wyniku badań eksperymentalnych, można przeliczać względem siebie wykładnikiem skali, zgodnie z hipoteza 2H.

Problem badawczy opisany w hipotezie został rozważony względem postawionych hipotez:

$$1H_0: R_{S_\beta}(t) = R_{S_{\beta n}}(t) \quad , \tag{1}$$

$$1H_1: R_{S_\beta}(t) \neq R_{S_{\beta n}}(t) \quad , \tag{2}$$

gdzie:

$R_{S_\beta}(t)$ - funkcja niezawodności uzyskana z symulacji komputerowej jako minima obiektu szeregowego z β-krotnego wygenerowania obiektu nominalnego,

$R_{S_{\beta n}}(t)$ - funkcja niezawodności uzyskana z badań eksperymentalnych dla próbek o krotności β,

β - krotność.

$$2H_0: \begin{cases} R_{S_n}(t)' = R_{S_{\beta n}}(t)^{\beta} \\ R_{S_{\beta n}}(t)' = R_{S_n}(t)^{\frac{1}{\beta}} \end{cases} \quad , \tag{3}$$

$$2H_1: \begin{cases} R_{S_n}(t)' \neq R_{S_{\beta n}}(t)^{\beta} \\ R_{S_{\beta n}}(t)' \neq R_{S_n}(t)^{\frac{1}{\beta}} \end{cases} \quad , \tag{4}$$

gdzie:

$R_{S_n}(t)$ - funkcja niezawodności uzyskana z badań eksperymentalnych dla próbek nominalnych,

$R_{S_{\beta n}}(t)$ - funkcja niezawodności uzyskana z badań eksperymentalnych dla próbek skalowanych do krotności β,

$R_{S_n}(t)'$ - funkcja niezawodności uzyskana z przeliczenia funkcji $R_{S_{\beta n}}(t)$ wykładnikiem skali β,

$R_{S_{\beta n}}(t)'$ - funkcja niezawodności uzyskana z przeliczenia funkcji $R_{S_n}(t)$ wykładnikiem skali β,

β – krotność (wykładnik skali).

4. Badania eksperymentalne

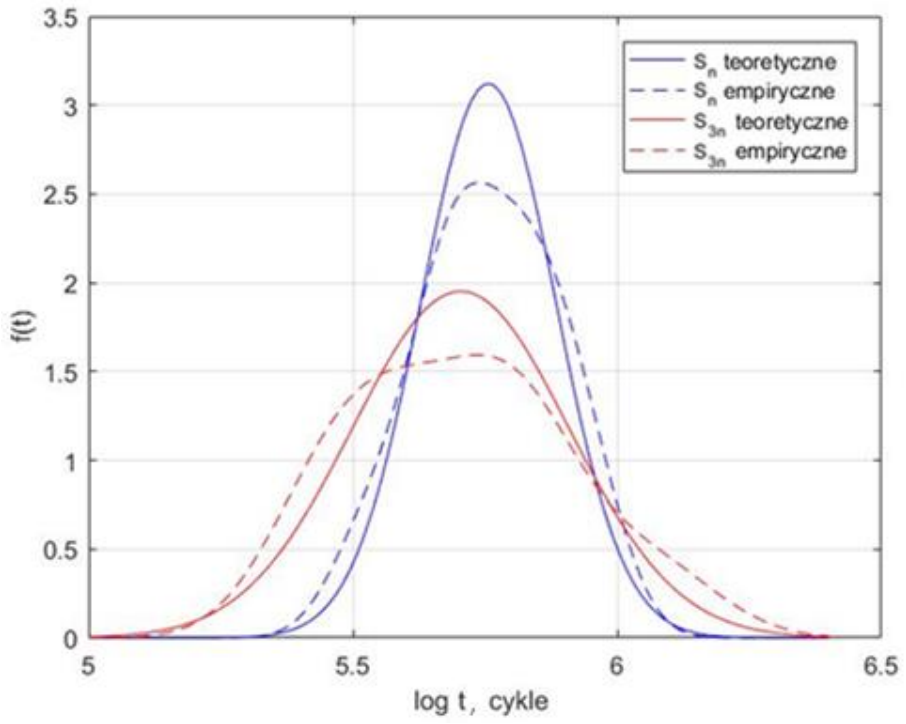
Rozdział ten został podzielony na osiem podrozdziałów. W pierwszych dwóch podrozdziałach szczegółowo została opisana maszyna badawcza. Maszyna została zaprezentowana na rysunku 3, w dalszej części podrozdziału umieszczono opis stanowisk przeznaczonych do badań próbą zginania obrotowego. Przed przystąpieniem do badań eksperymentalnych dokonano również oceny stanu technicznego każdego z czterech stanowisk.

Rysunek 3: Zdjęcie poglądowe maszyny typu U-BM.

W kolejnym podrozdziale opisane zostały próbki przeznaczone do badań w warunkach zginania obrotowego. Podczas badań użyto przygotowanych próbek cylindrycznych. Próbki składały się z części chwytowej o średnicy D=12 mm, przejścia o promieniu R=30 mm do średnicy części badanej, która wynosi d=8 mm. Aby zaobserwować efekt skali dokonano modyfikacji jednego z wymiarów geometrycznych poprzez wydłużenie odcinka części badanej o średnicy d=8 mm. Jako nominalną wartość odcinka pomiarowego wybrano l_{bn}=24,8 mm.

Zgodnie z celem pracy, dokonano skalowania długości części pomiarowej, poprzez trzykrotne wydłużenie wymiaru l_{bn}=24,8 mm w wyniku czego długość odcinka pomiarowego próbki po skalowani to l_{bs}=74,4 mm. W fazie badań eksperymentalnych wykonano próby na dwóch grupach próbek. Pierwsza grupa o długości nominalnej odcinka pomiarowego została oznaczona jako S_n, a druga grupa to próbki o wydłużonej trzykrotnie długości w odcinku pomiarowym z niezmienionymi pozostałymi cechami próbki, oznaczone jako S_{n3}. Próbki zostały wykonane ze stali C45, materiał został dobrany z grupy stali powszechnie stosowanych przez inżynierów do budowy maszyn. W dalszej części podrozdziału została przedstawiona zarówno normatywna charakterystyka stali C45 jak i wyniki badań właściwości mechanicznych zakupionej partii materiału oraz ocena mikrostruktury materiału.

W kolejnych podrozdziałach przybliżono przygotowanie do rozpoczęcia badań z obciążeniem zginaniem obrotowym. Badania przeprowadzone zostały w zakresie wysokiej liczby cykli (z angielskiego HCF, High Cycle Fatigue) w obciążeniu siłą obciążenia 343 N (35kp). Wpływ efektu skali na trwałość 50 próbek w każdej z badanych grup został oceniony w ostatnim podrozdziale. Dokonano porównania wyników eksperymentalnych z przewidywanymi rozkładami normalnymi w skali logarytmicznej dla próbek S_n oraz S_{3n}. Funkcje gęstości rozkładów normalnych zostały przedstawione na rysunku 4.



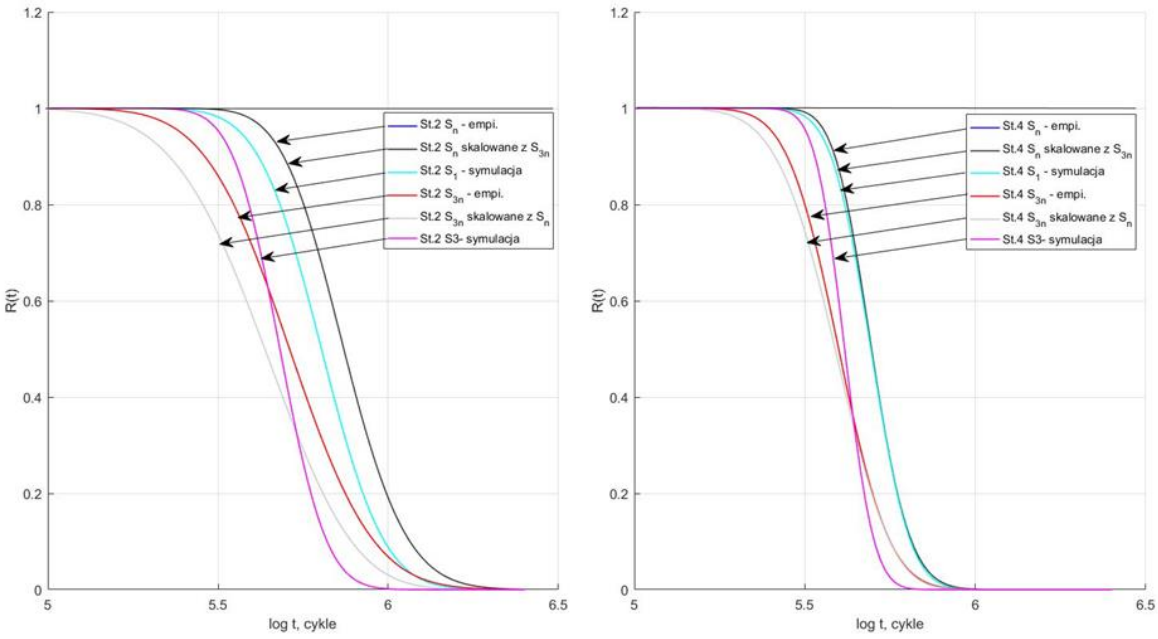
Rysunek 4: Porównanie funkcji gęstości rozkładów normalnych teoretycznych z funkcją gęstości prawdopodobieństwa uzyskaną w wyniku badań empirycznych.

Wykonano również ocenę funkcji skumulowanej intensywność uszkodzeń oraz dopasowania wyników do rozkładu funkcji gęstości prawdopodobieństwa Weibulla i skumulowanej funkcji intensywności uszkodzeń Weibulla. Kolejno, dokonano oceny wyników w rozbiciu na każde z czterech stanowisk badawczych maszyny typu UB-M.

5. Niezawodnościowy model efektu skali

W pierwszym z czterech podrozdziałów wyjaśniona została interpretacja budowy niezawodnościowego modelu efektu skali w badaniach zgnaniem obrotowym. Jest to wstęp do przygotowania symulacji trwałości próbek, która została opisana w kolejnym podrozdziale. Symulacja została przeprowadzona przy pomocy oprogramowania MATLAB, a przygotowany skrypt programu stanowi załącznik do rozprawy doktorskiej. Przy pomocy przygotowanego programu wygenerowano 100000 liczb losowych o rozkładzie normalnym. Wygenerowany rozkład normalny został przekształcony względem średniej trwałości próbek oraz odchylenia standardowego, wyznaczonego podczas analizy statystycznej dla wyników eksperymentalnych z próbek z populacji S_n. W przeliczeniu uwzględniono wyniki wartości statystycznych uzyskanych z badań eksperymentalnych dla stanowisk badawczych numer 2 oraz numer 4. Celem przeliczenia było uzyskanie rozkładów trwałości z symulacji zbliżonych do rozkładów eksperymentalnych. Następnie wykonana została estymacja funkcji niezawodności pomiędzy próbkami typu S_n i S_{3n} poprzez przeliczenie wykładnikiem krotności rozkładu zgodnie postawioną hipotezą 2H.

W ostatnim podrozdziale dokonano porównania funkcji niezawodności *R(t)* uzyskanych w wyniku estymacji oraz poprzez symulacje komputerową, a następnie zestawiono z wynikami eksperymentalnymi. Na rysunku 5 przedstawiono porównanie funkcji niezawodności: empiryczne, estymowane i zasymulowane. Następnie wszystkie funkcje zostały poddane matematycznej ocenie rozkładów niezawodności *R(t)* względem siebie przy pomocy testu Kołmogorowa-Smirnowa.



Rysunek 5: Porównanie funkcji niezawodności *R(t)*: empiryczne, estymowane i zasymulowane.

6. Podsumowanie i wnioski

Badania zmęczeniowe przeprowadzone zostały na ponad 100 próbkach podzielonych na dwie grupy: nominalne S_n i z trzykrotnie wydłużonym odcinkiem pomiarowym S_{3n}. Skalowaniu poddana została tylko jedna cecha geometryczna próbek, a mianowicie długość odcinka pomiarowego. Z obydwu grup próbek wybrano po 50 wyników trwałości zmęczeniowej do przeprowadzenia analizy statystycznej. Wszystkie próbki poddane badaniom zostały wykonane w jednym zakładzie produkcyjnym, aby utrzymać stałą jakość wykonania próbek i zminimalizować wpływ dodatkowych czynników na wyniki badań. Użyty do wykonania próbek materiał pochodził z jednej partii, w celu zminimalizowania wpływu niejednorodności materiału. Jakość i właściwości partii materiału potwierdzone zostały badaniami metalograficznymi oraz testami twardości. Partia materiału została poddana badaniu wytrzymałości na rozciąganie, w efekcie czego zostały potwierdzone właściwości wytrzymałościowe zakupionej stali C45. Przeprowadzone próby wytrzymałości na rozciąganie oraz badania twardości potwierdzały jednorodność zakupionego materiału.

- W wyniku przeprowadzonych badań uwidoczniony został efekt skali dla próbek cylindrycznych ze skalowaną cechą długości odcinka pomiarowego w stosunku 1/3.

- Estymację wykonano na podstawie rozkładu niezawodności obiektu nominalnego $R_{S_n}(t)$ do obiektu skalowanego $R_{S_{3n}}(t)$. Wykonano również odwrotną estymację z funkcji rozkładu niezawodności obiektu skalowanego $R_{S_{3n}}(t)$ do funkcji rozkładu niezawodności próbek nominalnych $R_{S_n}(t)$.
- Wykazano, że można zastosować teorię niezawodności układów szeregowych estymacji funkcji rozkładów niezawodności obiektów skalowanych.
- Posługując się teorią niezawodności obiektów połączonych szeregowo, przygotowano skrypt w programie MATLAB do symulacji zmiany rozkładu funkcji niezawodności w badaniach wytrzymałości zmęczeniowej zginaniem obrotowym.
- Opisano symulacje na przykładzie wyników badań eksperymentalnych próbek nominalnych i próbek skalowanych.
- Na podstawie uzyskanych wyników nie można odrzucić hipotezy alternatywnej $1H_1$, pomimo właściwej zmiany wartości średniej rozkładów. W wyniku analizy wskazano na różnice w odchyleniu standardowym, które są niezgodne z teorią niezawodności obiektów szeregowych.
- Hipoteza $2H_1$ została odrzucona. Tym samym potwierdzono możliwość wykonania przeliczenia rozkładów prawdopodobieństwa wykładnikiem skali, jednak trafność wyników mieści się w zakresie 55÷67%.

Spis literatury

[1] BYRNE P. *The destroyed Northside bridge in Workington*, Cumbria. 25 Listopad 2009, The Guardian.

[2] BAŽANT Z. P. *Size effect on structural strength a review*. 1999, Springer, strony 703-725.

[3] GALILEI G. *Dialogues Concerning Two New Sciences*. New York : Macmillan, 1638.

[4] MARIOTTE E. *The motion of water, and other fluids. Being a treatise of hydrostaticks. Written originally in French, by the late Monsieur Marriotte, ... Together with a little treatise of the same author, giving practical rules for fountains, ... Traité du mouvement des eaux et des autres corps fluides*. English. London : wydruk dla J. Senex, i W. Taylor, 1718, str. s. 249.

[5] Size effects in manufacturing of metallic components. **VOLLERTSEN F. i inni**. 2009, CIRP Annals - Manufacturing Technology, strony 566–587.